



ISTITUTO DI ISTRUZIONE SECONDARIA "DANIELE CRESPI"

Liceo Internazionale Classico e Linguistico VAPC02701R

Liceo delle Scienze Umane VAPM027011

Via G. Carducci 4 – 21052 BUSTO ARSIZIO (VA)

www.liceocrespi.it - Tel. 0331 633256 - Fax 0331 674770 - E-mail: liceocrespi@tin.it

C.F. 81009350125 – Cod.Min. VAIS02700D

CertINT® 2011

Anno Scolastico 2011-2012 Classe 3[^]O – prof. Silvana Castiglioni

Testo: M.Andreini – R.Manara - F.Prestipino - I.Saporiti Matematica Controluce – Algebra 2 ETAS

Compiti per le vacanze di MATEMATICA

- Rivedere gli argomenti teorici sul testo
- per chi ha riportato la votazione
 - **6**: tutti gli esercizi
 - **7** o **8**: metà degli esercizi per ogni argomento
 - **9** o **10**: il 25% degli esercizi per ogni argomento
- Lettura consigliata: TEFKROS MICHAILIDIS "Delitti pitagorici" Sonzogno Editore
- Controllo del lavoro: prima ora di matematica a.s. 2012-13

Indicazioni per il recupero e per il consolidamento di MATEMATICA

- Per ogni argomento:
 - rivedere la teoria sul testo
 - eseguire nell'ordine gli esercizi sotto elencati
- Si raccomanda l'ordine nello svolgimento del lavoro
- Il lavoro estivo è finalizzato al ripasso e al consolidamento degli argomenti studiati nel corso dell'anno; pertanto deve essere svolto con continuità e gradualità, evitando di concentrare tutto in pochissimo tempo
- Lettura consigliata: TEFKROS MICHAILIDIS "Delitti pitagorici" Sonzogno Editore
- **Consegnare il lavoro sotto indicato, ordinato per argomento, nel giorno stabilito dal DS: mercoledì 29 agosto**

ALGEBRA

Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado intere e fratte

29 $(2x - 3)^2 + 2x - (3 - 4x) = x^2 - 6x + 9$

$$[S = \{\pm 1\}]$$

30 $(5x - 25)(x + 2) = 5x^2 - 15x + 6 - 7(x^2 - 1)$

$$[S = \{\pm 3\}]$$

31 $100x^2 + 1 + 53x = 20 + (8x - 3)(x + 1) + (8x + 3)^2$

$$\left[S = \left\{ \pm \frac{5}{14} \sqrt{7} \right\} \right]$$

32 $\frac{x+1}{5} - \frac{1}{10}x = \frac{x^2+1}{15} - \frac{1}{30}$

$$\left[S = \left\{ -1, \frac{5}{2} \right\} \right]$$

33 $\frac{(x+2)(x+6)}{8} = \frac{x^2+36}{2} - 12$

$$[S = \emptyset]$$

48 $\frac{x^2-12}{x^2+2x-3} + \frac{x}{x+3} = -\frac{1}{x-1}$

$$\left[S = \left\{ \pm \frac{3}{2} \sqrt{2} \right\} \right]$$

49 $\frac{x-2}{2} = \frac{x^2-2x+2}{x} - \frac{x+2}{2x}$

$$[S = \{1, 2\}]$$

50 $\frac{3x-1}{x^2-1} = \frac{1}{2} + \frac{2}{x+1}$

$$[S = \{3\}]$$

51 $\frac{1}{1+x} - \frac{1-x}{x} = \frac{1+2(x-1)}{x^2+x}$

$$[S = \{1\}]$$

Le equazioni di grado superiore al secondo

Risolvi le seguenti equazioni scomponendo in fattori e applicando la legge di annullamento del prodotto.

57 $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$ $[S = \{\pm 1\}]$

58 $2x^3 + 7x^2 + 7x + 2 = 0$ $[S = \{-\frac{1}{2}, -2, -1\}]$

59 $2x^4 + 5x^3 - 5x - 2 = 0$ $[S = \{\pm 1, -\frac{1}{2}, -2\}]$

60 $2x^3 - x^2 - 5x - 2 = 0$ $[S = \{2, -1, -\frac{1}{2}\}]$

Risolvi le seguenti equazioni binomie.

75 $x^3 - 125 = 0$ $2x^4 - 18 = 0$ $[S = \{5\}; S = \{\pm\sqrt{3}\}]$

76 $3x^5 + 3 = 0$ $\frac{1}{2}x^4 - 8 = 0$ $[S = \{-1\}; S = \{\pm 2\}]$

77 $16x^4 - 1 = 0$ $81x^4 + 1 = 0$ $[S = \{\pm\frac{1}{2}\}; S = \emptyset]$

Risolvi le seguenti equazioni trinomie.

87 $x^6 - 10x^3 + 9 = 0$ $[S = \{1, \sqrt[3]{9}\}]$

88 $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ $[S = \{\pm 1, \pm 2\}]$

89 $3x^4 - 80x^2 + 125 = 0$ $[S = \{\pm 5, \pm \frac{\sqrt{15}}{3}\}]$

90 $x^6 - 4x^3 - 5 = 0$ $[S = \{\sqrt[3]{5}, -1\}]$

Risolvi le seguenti disequazioni di secondo grado utilizzando il grafico della parabola associata

271 $6(x-1) - 5(x^2 - 5x + 6) + 10 < 0$ $[x < 1 \vee x > \frac{26}{5}]$

272 $5x^2 - 23x + 12 > 0$ $[x < \frac{3}{5} \vee x > 4]$

273 $2x(x+4) + x(x-7) > 30$ $[x < -\frac{10}{3} \vee x > 3]$

274 $2x^2 < 3(9-x)$ $[-\frac{9}{2} < x < 3]$

275 $(4x-1)^2 + (3x-2)^2 < 5(7-5x^2)$ $[-\frac{3}{5} < x < 1]$

Risolvi le seguenti disequazioni di grado superiore al secondo

308 $3x^3 - 5x^2 + 2x < 0$ $[x < 0 \vee \frac{2}{3} < x < 1]$

309 $(x+2)(3x^2 - 4x - 7) < 0$ $[x < -2 \vee -1 < x < \frac{7}{3}]$

310 $4x^3 - 4x^2 - 3x + 3 \leq 0$ $[x \leq -\frac{\sqrt{3}}{2} \vee \frac{\sqrt{3}}{2} \leq x \leq 1]$

311 $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 > 0$ $[x > \frac{1}{2}]$

Risolvi le seguenti disequazioni biquadratiche

320 $2x^4 + 2x^2 - 40 < 0$

$[-2 < x < 2]$

321 $6x^4 - 5x^2 - 1 > 0$

$[x < -1 \vee x > 1]$

322 $4x^4 - 7x^2 - 15 \geq 0$

$[x \leq -\sqrt{3} \vee x \geq \sqrt{3}]$

323 $4x^4 + 3x^2 - 10 < 0$

$\left[-\frac{\sqrt{5}}{2} < x < \frac{\sqrt{5}}{2}\right]$

Risolvi le seguenti disequazioni fratte

333 $\frac{x-1}{x^2-2x-8} \leq 0$

$[x < -2 \vee 1 \leq x < 4]$

334 $\frac{2}{x-3} - \frac{3}{x+2} > \frac{25-4x}{x^2-x-6}$

$[-2 < x < 3 \vee x > 4]$

344 $\frac{x^2+x-2}{x^2-x-2} - \frac{3x}{x^2-4} > \frac{x^2-x-2}{x^2+x-2}$

$[-\sqrt{5} < x < -2 \vee -1 < x < 0 \vee 1 < x < 2 \vee x > \sqrt{5}]$

345 $\frac{2}{x-4} < \frac{3}{5-x} - \frac{8}{x+2}$

$\left[x < -2 \vee 2 < x < 4 \vee \frac{58}{13} < x < 5\right]$

Risolvi i seguenti sistemi di disequazioni

355 $\begin{cases} (x-4)^2 + 2(x+3) < 17 \\ 6(x-2) - 4(2x-1) + 14 > 0 \end{cases}$

$[1 < x < 3]$

356 $\begin{cases} x(x-1) > 6(x-2) \\ \frac{4}{3}x - \frac{x+1}{2} > x-2 \end{cases}$

$[x < 3 \vee 4 < x < 9]$

357 $\begin{cases} x^2(x^2+1) \geq 0 \\ x^2-7x+25 > 0 \end{cases}$

$[S = \mathbb{R}]$

358 $\begin{cases} \frac{1}{2}(x+1) \geq \frac{5}{x-2} \\ (x-1)^3 > 0 \end{cases}$

$[1 < x < 2 \vee x \geq 4]$

Risolvi i seguenti sistemi.

7 $\begin{cases} x^2 + 2y^2 = 41 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$

$$\left[\begin{array}{c|c|c} x & 3 & -\frac{11}{9} \\ y & 4 & -\frac{40}{9} \end{array} \right]$$

11 $\begin{cases} 2x + xy - 3y = 2 \\ x^2 - xy = 0 \end{cases}$

$$\left[\begin{array}{c|c|c} x & 0 & -1 \\ y & -\frac{2}{3} & -1 \end{array} \middle| \begin{array}{c} 2 \\ 2 \end{array} \right]$$

8 $\begin{cases} x^2 + y^2 - 3xy = 11 \\ x + 3y - 5 = 0 \end{cases}$

$$\left[\begin{array}{c|c|c} x & -1 & \frac{74}{19} \\ y & 2 & \frac{7}{19} \end{array} \right]$$

12 $\begin{cases} \frac{x-y}{6} = \frac{x+y}{10} \\ 2x+8y = xy \end{cases}$

$$\left[\begin{array}{c|c|c} x & 0 & 16 \\ y & 0 & 4 \end{array} \right]$$

9 $\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$

$$\left[\begin{array}{c|c|c} x & 1 & 3 \\ y & -1 & 3 \end{array} \right]$$

13 $\begin{cases} x-y = -1 \\ \frac{x^2}{1-\frac{1}{2}} + \frac{y^2}{1+\frac{1}{2}} = x+y \end{cases}$

$$\left[\begin{array}{c|c|c} x & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ y & \frac{3}{2} & \frac{3}{4} \end{array} \right]$$

10 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = x+y \\ x-y-2=0 \end{cases}$

$$\left[\begin{array}{c|c|c} x & 4 & \frac{4}{3} \\ y & 2 & -\frac{2}{3} \end{array} \right]$$

14 $\begin{cases} x-y = 0 \\ x^2 + xy + y^2 = 0 \end{cases}$

$$\left[\begin{array}{c|c|c} x & 0 & 0 \\ y & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Risolvi in \mathbb{R} le seguenti equazioni irrazionali con il metodo che ritieni più opportuno.

- 392 $\sqrt{25x^2 + 1} = 5x + 3$ $S = \left\{ -\frac{4}{15} \right\}$
- 393 $\sqrt{x^2 + 5x + 6} = \frac{1}{2}x + 1$ $S = \{-2\}$
- 394 $\sqrt{x^2 + 3x + 4} = x + 1$ $S = \emptyset$
- 395 $x - \sqrt{x^2 + 9} = 1$ $S = \emptyset$
- 396 $\sqrt[3]{2(2x + 1) + 1} = \sqrt[3]{7x - 8}$ $S = \left\{ \frac{11}{3} \right\}$
- 404 $\sqrt{9x^2 + 16} + 3x = \frac{8}{x}$ $S = \{1\}$
- 405 $2\sqrt{x + 2} + \frac{1}{2}x = 14 - 6\sqrt{x + 2} + \frac{3}{2}x$ $S = \{34, 2\}$
- 406 $4 \cdot \sqrt[3]{\frac{8x^2}{x^2 + 2x + 1}} = \frac{6x}{x + 1}$ $S = \left\{ 0, -\frac{64}{37} \right\}$

Risolvi algebricamente e graficamente le seguenti equazioni in modulo

- 525 $|x^2 - 1| - 3x = 3$ $S = \{-1, 4\}$
- 526 $x^2 - 6|x| + 5 = 0$ $S = \{-5, -1, 1, 5\}$
- 527 $1 + x - x^2 - |5x^2 - 2| = 0$ $S = \left\{ \frac{1 + \sqrt{73}}{12}, \frac{\sqrt{17} - 1}{8} \right\}$
- 528 $x^2 - 2|x + 1| = 2x$ $S = \{2 \pm \sqrt{6}\}$
- 535 $|x^2 - 4x| = 5$ $S = \{-1, 5\}$
- 536 $1 + |2x^2 - x + 1| = 3$ $S = \left\{ -\frac{1}{2}, 1 \right\}$
- 537 $3 - |4x^2 - 9| = 0$ $S = \left\{ \pm\sqrt{3}, \pm\frac{\sqrt{6}}{2} \right\}$
- 538 $|4x^2 - 3x + 1| + 2 = 0$ $S = \emptyset$

Risolvi algebricamente le seguenti equazioni in modulo

- 543 $2x + 3 - |x + 1| = |3x + 1|$ $S = \left\{ -\frac{3}{4}, \frac{1}{2} \right\}$
- 544 $\left| \frac{x+1}{3} \right| - 2|x - 1| = \frac{x+1}{6}$ $S = \left\{ \frac{13}{11}, \frac{11}{13} \right\}$
- 545 $|x| + |x^2 - 1| = 2x + 1$ $S = \{(0, 2)\}$
- 546 $|x^2 - 5x + 6| + |x - 2| + x^2 = 0$ $S = \emptyset$

GEOMETRIA ANALITICA

1) Date le rette, riscrivi l'equazione in forma esplicita, individua m e q , specifica se si tratta di rette particolari e traccia il grafico: $r: y = -2x$; $s: x + 2y - 1 = 0$ $t: 3y - 3x = 0$ $u: 3y - 3 = 0$ $v: 3x - 3 = 0$

2) Dati i punti $A(0,1)$, $B(-2, -1)$, $C(-2, \frac{1}{2})$, calcola:

- | | |
|---|---|
| a) la distanza tra A e B | b) la distanza tra B e C nel modo più semplice |
| c) il coefficiente angolare della retta AB | d) il coefficiente angolare della retta BC; com'è tale retta? |
| e) il punto medio del segmento AC | f) la retta parallela all'asse y e passante per A; che retta è? |
| g) la retta parallela all'asse x e passante per A | h) la retta perpendicolare ad AB e passante per C |
| i) la retta passante per A e C | l) le coordinate del traslato di A di vettore $(-3, 2)$ |
| m) il vettore di traslazione che trasforma A in B | |
| n) verifica analiticamente quale o quali tra i punti A, B, C appartengono alla retta $x + 4y = 0$ | |

3) Individua la posizione reciproca delle seguenti coppie di rette:

r: $x + 2y = 0$

s: $y = 2x$

r: $3x + 2y = -1$

s: $6x + 4y + 2 = 0$

r: $x + 2 = 0$

s: $y + 2 = 0$

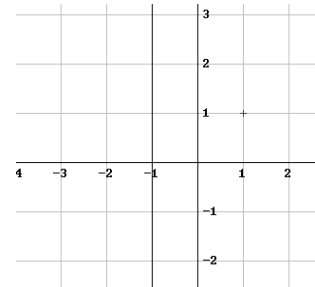
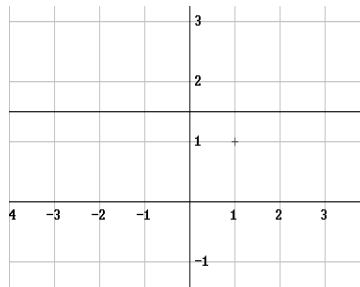
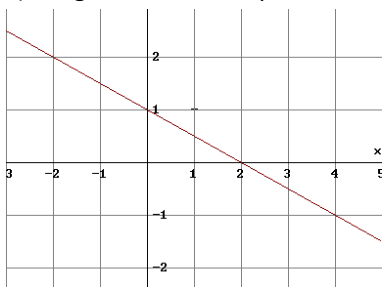
r: $3x + y = 0$

s: $3x + 2y = 0$

r: $x + 2y = 0$

s: $x + 2y = 2$

4) Dal grafico ricava l'equazione della retta:



5) Calcola il perimetro e l'area di un triangolo equilatero del quale si conoscono i due vertici $A(-3,2)$ e $B(1,6)$

6) Considera la retta di equazione $y = -2x$. Tra i punti $A(-\sqrt{2}, \sqrt{8})$, $B(0, -1)$, $C(\sqrt{12}, 4\sqrt{3})$ scegli il punto che appartiene alla retta (verifica l'appartenenza di tale punto e la non appartenenza degli altri due) e chiamalo P. Trova le coordinate del punto Q traslato di P di vettore $(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ e calcola il punto medio di PQ.

59 Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $A(-2, 0)$ e parallela a quella di equazione $2x - 4y + 7 = 0$. [$x - 2y + 2 = 0$]

60 Scrivi l'equazione della retta avente ordinata all'origine 3 e parallela alla retta di equazione $5x - 4y + 6 = 0$. [$y = \frac{5}{4}x + 3$]

69 Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $P(-2, 3)$ e perpendicolare alla retta passante per i punti $A(1, -1)$ e $B(-5, 3)$. [$3x - 2y + 12 = 0$]

70 Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $P(3, -\frac{11}{2})$ e perpendicolare alla retta di equazione $2x + \sqrt{3} = 0$. [$2y + 11 = 0$]

71 Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $P(-3, \frac{1}{2})$ e perpendicolare alla retta passante per i punti $A(2, -5)$ e $B(2, -1)$. [$2y - 1 = 0$]

72 Scrivi l'equazione della retta passante per il punto $P(4, -1)$ e perpendicolare alla retta passante per i punti $A(7, -2)$ e $B(9, -2)$. [$x - 4 = 0$]

89 Scrivi l'equazione della retta r che passa per i punti $P(\frac{1}{3}, -2)$ e $Q(2, 3)$ e quella della retta s che passa per Q ed è perpendicolare alla retta $6x - 2y + 1 = 0$. Indicata con A l'intersezione di r con l'asse x e con B l'ordinata all'origine di s , determina area e perimetro del triangolo ABQ .

$$\left[r: y = 3x - 3; s: x + 3y - 11 = 0; \text{area} = \frac{10}{3}; 2p = \frac{\sqrt{10}}{3} (5 + \sqrt{13}) \right]$$

90 Un triangolo ha i vertici nei punti $A(5, -2)$, $B(-1, -2)$, $C(4, 1)$. Determina l'equazione della retta dell'altezza relativa alla base AB . [$x - 4 = 0$]

91 Determina le equazioni delle mediane del triangolo di vertici $A(2, -1)$, $B(3, 3)$, $C(-\frac{3}{2}, 0)$. [$8y - 2x - 3 = 0; 14x - 11y - 9 = 0; 2x + y - 3 = 0$]

92 Determina le equazioni dei lati del triangolo di vertici $A(0, 1)$, $B(3, 2)$, $C(\frac{3}{2}, \frac{8}{3})$ e dell'altezza relativa

211 I punti $A(4, 5)$, $B(1, 1)$, $C(7, -\frac{1}{2})$ sono tre vertici consecutivi di un parallelogramma $ABCD$. Calcola le coordinate del quarto vertice D e l'area del parallelogramma. [$D(10, \frac{7}{2}), \text{area} = \frac{57}{2}$]

212 Calcola le coordinate dei vertici del quadrilatero individuato dalle rette di equazioni $3x + y - 4 = 0$, $x - y - 4 = 0$, $3x + y - 24 = 0$, $x - y = 0$. Di che quadrilatero si tratta? Scrivi le equazioni delle diagonali del quadrilatero, calcola le coordinate del loro punto d'incontro e verifica infine che tali diagonali si bisecano. [$A(1, 1), B(2, -2), C(7, 3), D(6, 6); AC: x - 3y + 2 = 0; BD: 2x - y - 6 = 0; E(4, 2)$]